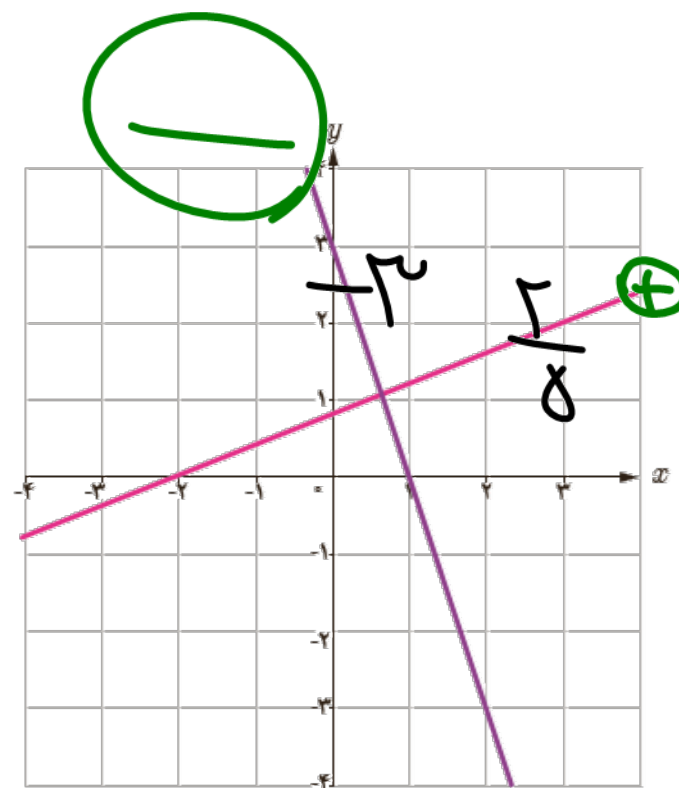
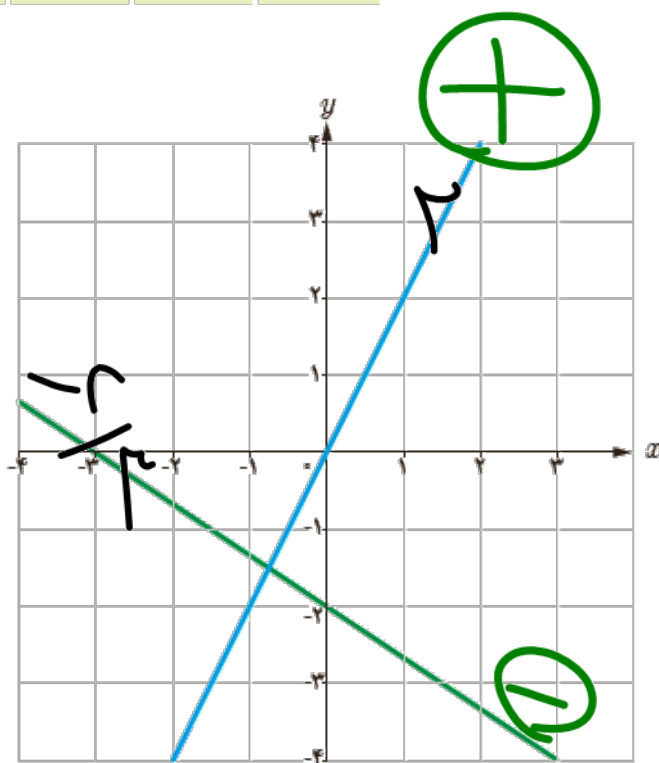
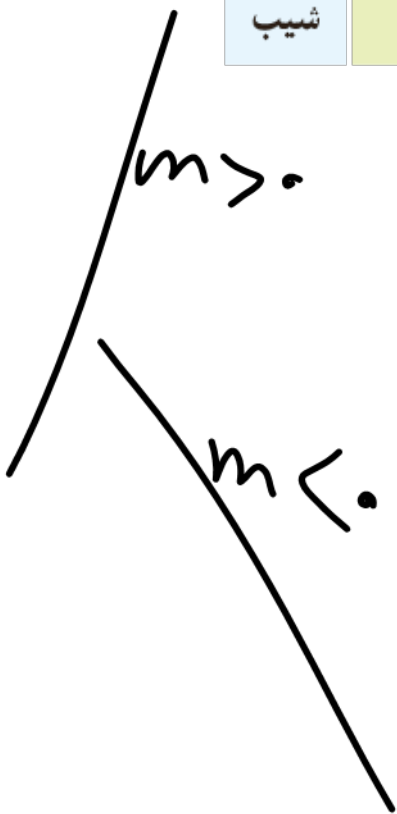




۲ با توجه به جدول روبه‌رو، نمودار مربوط خط‌های  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  و  $d_4$  را روی شکل مشخص کنید.

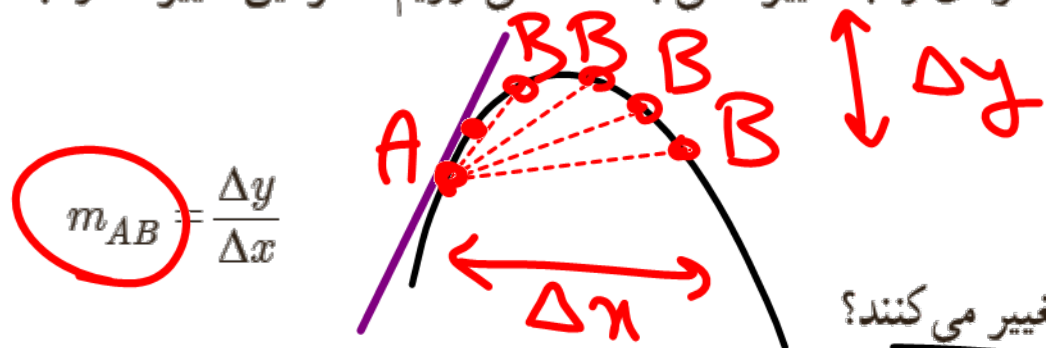
خط	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
شیب	$\frac{2}{5}$	-۳	۲	$-\frac{2}{3}$



مجموعه سوالات  
 ریاضی  
 پایه دهم  
 فصل اول  
 معادله خط

$$m_{\text{دست}} \approx m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

همان طور که می‌دانید برای محاسبه شیب خط  $AB$  نسبت تغییر عمودی را به تغییر افقی به دست می‌آوریم. اگر این تغییرات را به ترتیب با  $\Delta x$  و  $\Delta y$  نمایش دهیم، داریم:



در هنگام محاسبه شیب‌های بالا، توضیح دهید که  $\Delta x$ ‌ها چگونه تغییر می‌کنند؟  
کم می‌شوند

$[2, 6]$	۲ _____ ۶	$\Delta x = 6 - 2 = 4$	$\Delta y = 24 - 16 = 8$
$[2, 5]$	۲ _____ ۵	$\Delta x = 5 - 2 = 3$	$\Delta y = 25 - 16 = 9$
$[2, 4]$	۲ _____ ۴	$\Delta x = 4 - 2 = 2$	$\Delta y = 24 - 16 = 8$
$[2, 3]$	۲ _____ ۳	$\Delta x = 3 - 2 = 1$	$\Delta y = 21 - 16 = 5$



تغییرات

تخمین:  $m \approx M_{AB}$

معادله خط مماس بر منحنی تابع  $y = x^2 + 3$  را در نقطه‌ای به طول  $-2$  بنویسید.

$$m = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$m = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3 - 7}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} x - 2$$

$$m = -4$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 7 = -4(x + 2)$$

$$y = -4x + 1$$



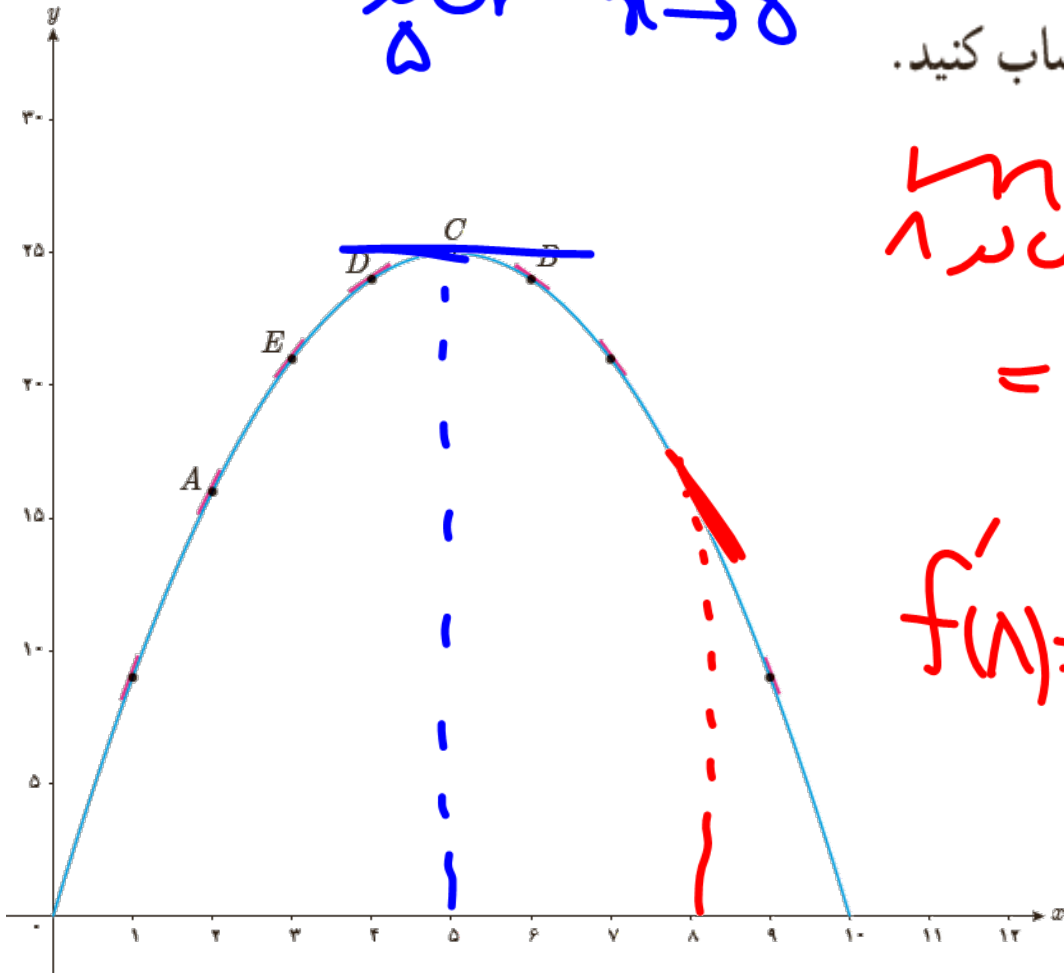
$$f'(5) = m_{\Delta} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-x^2 + 10x - 25}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)^2}{x-5} = 0$$

الف) برای تابع  $f(x) = -x^2 + 10x$ ،  $f'(5)$  و  $f'(8)$  را حساب کنید.

$$m_{\Delta} = f'(8) = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{f(x) - f(8)}{x - 8}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-x^2 + 10x - 16}{x - 8} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-(x-2)(x-4)}{x-8}$$

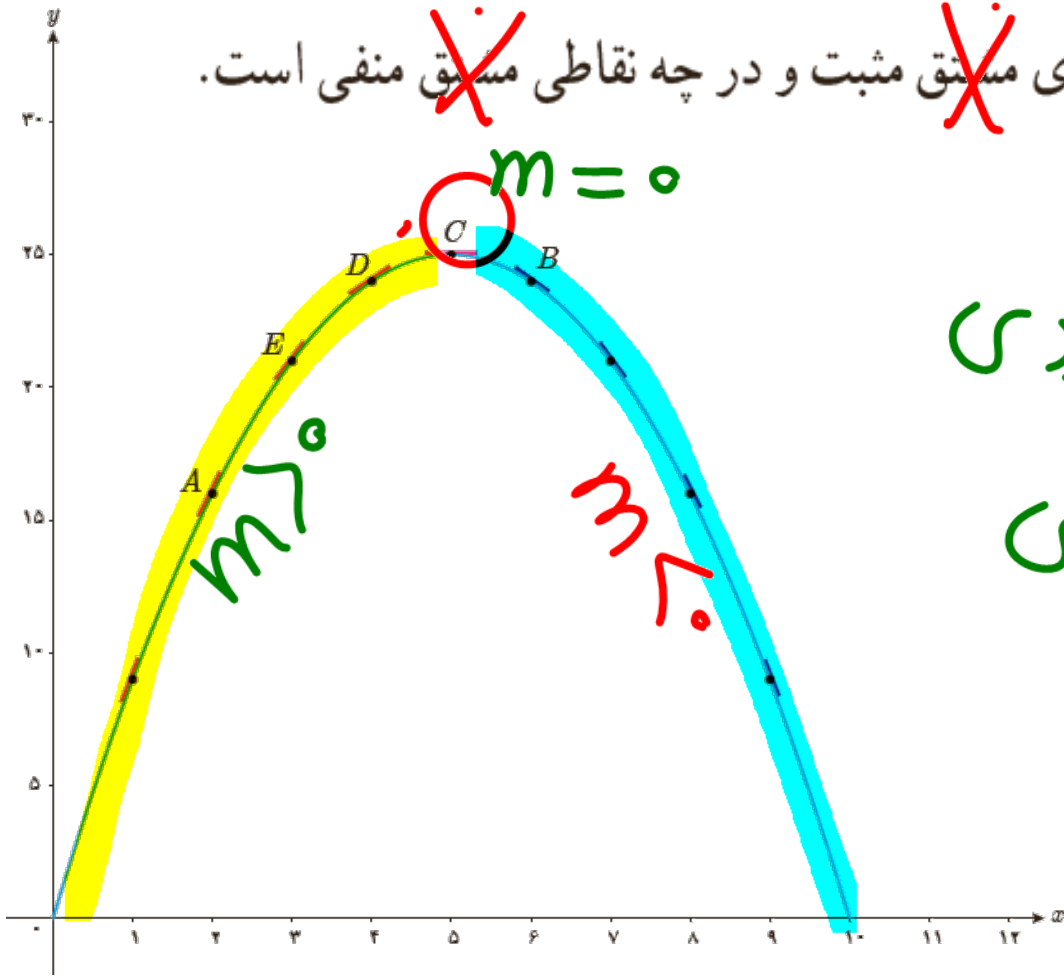
$$f'(8) = -5$$



الgebra  
ف(x)  
2  
DNA  
المعربية



پ) به کمک شکل توضیح دهید که تابع در چه نقاطی دارای مشتق مثبت و در چه نقاطی مشتق منفی است.



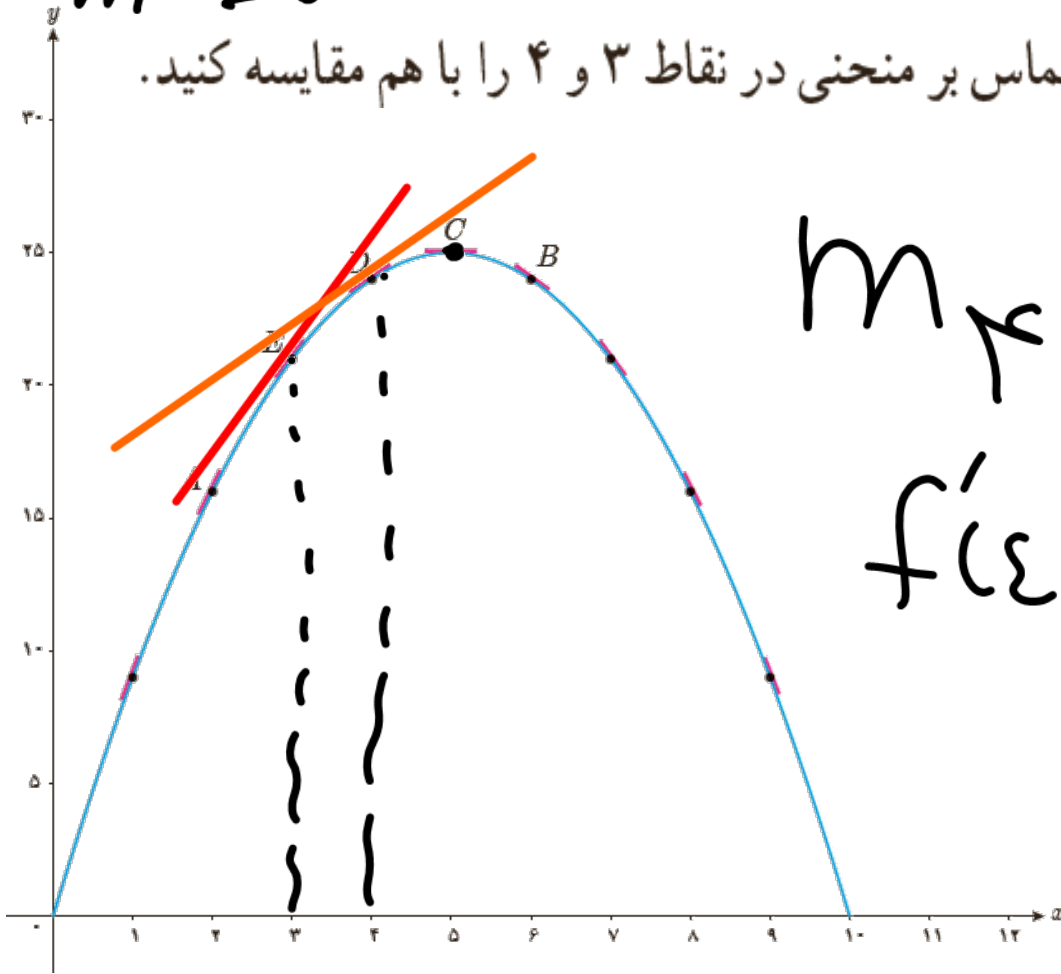
$f' > 0$ : صعودی  
 $f' < 0$ : نزولی



الکیمیاء  
 ۲۰۲۱  
 ۲۰۲۲  
 ۲۰۲۳  
 ۲۰۲۴  
 ۲۰۲۵  
 ۲۰۲۶  
 ۲۰۲۷  
 ۲۰۲۸  
 ۲۰۲۹  
 ۲۰۳۰  
 ۲۰۳۱  
 ۲۰۳۲  
 ۲۰۳۳  
 ۲۰۳۴  
 ۲۰۳۵  
 ۲۰۳۶  
 ۲۰۳۷  
 ۲۰۳۸  
 ۲۰۳۹  
 ۲۰۴۰  
 ۲۰۴۱  
 ۲۰۴۲  
 ۲۰۴۳  
 ۲۰۴۴  
 ۲۰۴۵  
 ۲۰۴۶  
 ۲۰۴۷  
 ۲۰۴۸  
 ۲۰۴۹  
 ۲۰۵۰

نکته هر چه نقطه به رأس نزدیکتر باشد شیب خط مماس افقی تر است  
 $m \rightarrow 0$

ت) بدون محاسبه و تنها به کمک نمودار، شیب خط‌های مماس بر منحنی در نقاط ۳ و ۴ را با هم مقایسه کنید.



$$m_4 < m_3$$

$$f'(4) < f'(3)$$



الکثره  
 ۲  
 ۳  
 ۴  
 ۵  
 ۶  
 ۷  
 ۸  
 ۹  
 ۱۰  
 ۱۱  
 ۱۲  
 ۱۳  
 ۱۴  
 ۱۵  
 ۱۶  
 ۱۷  
 ۱۸  
 ۱۹  
 ۲۰  
 ۲۱  
 ۲۲  
 ۲۳  
 ۲۴  
 ۲۵  
 ۲۶  
 ۲۷  
 ۲۸  
 ۲۹  
 ۳۰  
 ۳۱  
 ۳۲  
 ۳۳  
 ۳۴  
 ۳۵  
 ۳۶  
 ۳۷  
 ۳۸  
 ۳۹  
 ۴۰  
 ۴۱  
 ۴۲  
 ۴۳  
 ۴۴  
 ۴۵  
 ۴۶  
 ۴۷  
 ۴۸  
 ۴۹  
 ۵۰  
 ۵۱  
 ۵۲  
 ۵۳  
 ۵۴  
 ۵۵  
 ۵۶  
 ۵۷  
 ۵۸  
 ۵۹  
 ۶۰  
 ۶۱  
 ۶۲  
 ۶۳  
 ۶۴  
 ۶۵  
 ۶۶  
 ۶۷  
 ۶۸  
 ۶۹  
 ۷۰  
 ۷۱  
 ۷۲  
 ۷۳  
 ۷۴  
 ۷۵  
 ۷۶  
 ۷۷  
 ۷۸  
 ۷۹  
 ۸۰  
 ۸۱  
 ۸۲  
 ۸۳  
 ۸۴  
 ۸۵  
 ۸۶  
 ۸۷  
 ۸۸  
 ۸۹  
 ۹۰  
 ۹۱  
 ۹۲  
 ۹۳  
 ۹۴  
 ۹۵  
 ۹۶  
 ۹۷  
 ۹۸  
 ۹۹  
 ۱۰۰  
 ۱۰۱  
 ۱۰۲  
 ۱۰۳  
 ۱۰۴  
 ۱۰۵  
 ۱۰۶  
 ۱۰۷  
 ۱۰۸  
 ۱۰۹  
 ۱۱۰  
 ۱۱۱  
 ۱۱۲  
 ۱۱۳  
 ۱۱۴  
 ۱۱۵  
 ۱۱۶  
 ۱۱۷  
 ۱۱۸  
 ۱۱۹  
 ۱۲۰  
 ۱۲۱  
 ۱۲۲  
 ۱۲۳  
 ۱۲۴  
 ۱۲۵  
 ۱۲۶  
 ۱۲۷  
 ۱۲۸  
 ۱۲۹  
 ۱۳۰  
 ۱۳۱  
 ۱۳۲  
 ۱۳۳  
 ۱۳۴  
 ۱۳۵  
 ۱۳۶  
 ۱۳۷  
 ۱۳۸  
 ۱۳۹  
 ۱۴۰  
 ۱۴۱  
 ۱۴۲  
 ۱۴۳  
 ۱۴۴  
 ۱۴۵  
 ۱۴۶  
 ۱۴۷  
 ۱۴۸  
 ۱۴۹  
 ۱۵۰  
 ۱۵۱  
 ۱۵۲  
 ۱۵۳  
 ۱۵۴  
 ۱۵۵  
 ۱۵۶  
 ۱۵۷  
 ۱۵۸  
 ۱۵۹  
 ۱۶۰  
 ۱۶۱  
 ۱۶۲  
 ۱۶۳  
 ۱۶۴  
 ۱۶۵  
 ۱۶۶  
 ۱۶۷  
 ۱۶۸  
 ۱۶۹  
 ۱۷۰  
 ۱۷۱  
 ۱۷۲  
 ۱۷۳  
 ۱۷۴  
 ۱۷۵  
 ۱۷۶  
 ۱۷۷  
 ۱۷۸  
 ۱۷۹  
 ۱۸۰  
 ۱۸۱  
 ۱۸۲  
 ۱۸۳  
 ۱۸۴  
 ۱۸۵  
 ۱۸۶  
 ۱۸۷  
 ۱۸۸  
 ۱۸۹  
 ۱۹۰  
 ۱۹۱  
 ۱۹۲  
 ۱۹۳  
 ۱۹۴  
 ۱۹۵  
 ۱۹۶  
 ۱۹۷  
 ۱۹۸  
 ۱۹۹  
 ۲۰۰



$$f(4) + 1 = 2$$

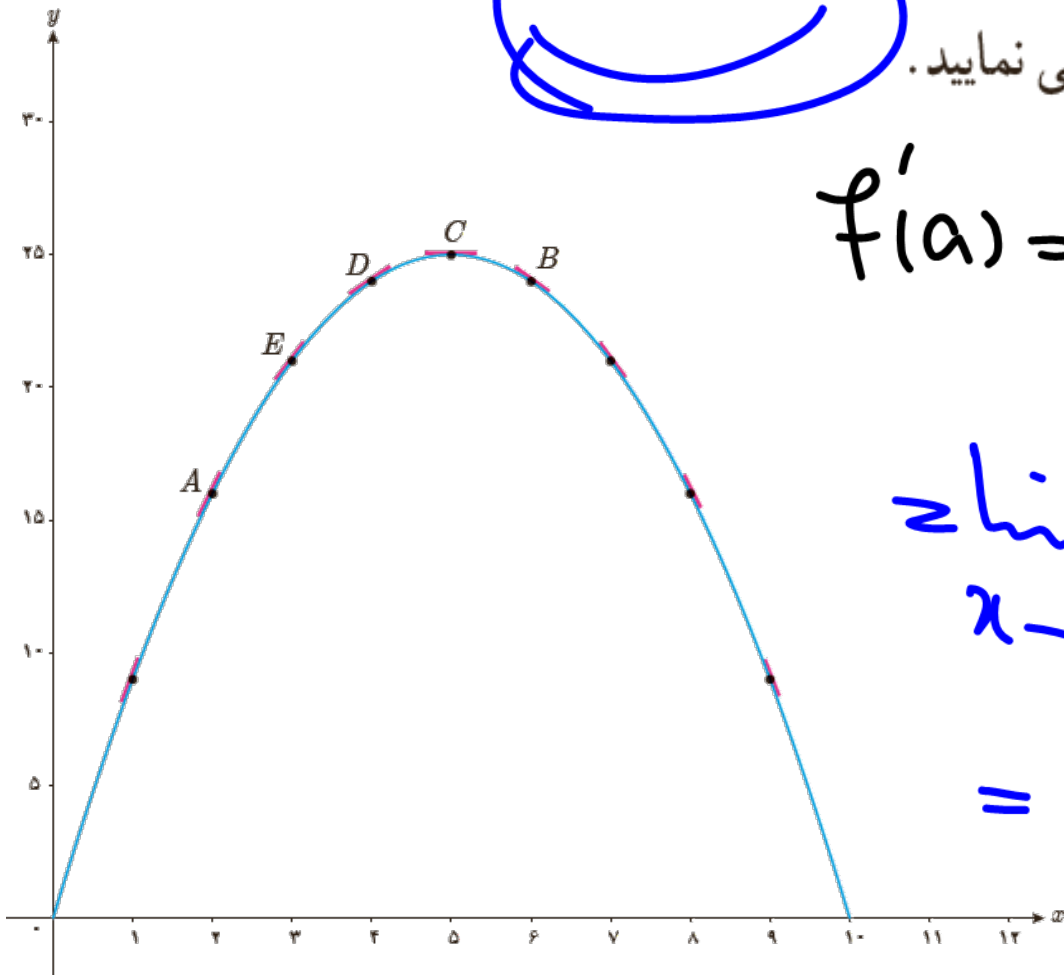
ث) با محاسبه  $f'(3)$  و  $f'(4)$  صحت حدس خود را بررسی نمایید.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$\frac{-f(c) + 1}{\epsilon}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{-x^2 + 1 \cdot x + a^2 - 1 \cdot a}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} -(x+a) + 1 = -(a+1)$$



مجموعه سوالات و پاسخ‌ها در کانال تلگرامی ما موجود است.

$$y = 10x + 29 \Leftrightarrow y - 9 = 10(x - 2)$$

۱ اگر  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ،  $f'(2)$  را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی  $f$  را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x + 1 - 9}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(3x+8)}{x-2} = 10 \end{aligned}$$

$$m_{\text{خط مماس}} = 10$$



مجموعه سوالات  
فصل ۲  
مجموعه سوالات  
فصل ۳  
مجموعه سوالات  
فصل ۴  
مجموعه سوالات  
فصل ۵  
مجموعه سوالات  
فصل ۶  
مجموعه سوالات  
فصل ۷  
مجموعه سوالات  
فصل ۸  
مجموعه سوالات  
فصل ۹  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۰  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۱  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۲  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۳  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۴  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۵  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۶  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۷  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۸  
مجموعه سوالات  
فصل ۱۹  
مجموعه سوالات  
فصل ۲۰



$$m_A > m_{y=x} > m_{AB} > m_B > m_C > m_{y=2}$$

۳ برای نمودار  $y = f(x)$  در شکل زیر شیب‌های داده شده از «الف»

تا «ج» را از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مرتب کنید.

الف) شیب نمودار در نقطه  $A$

ب) شیب نمودار در نقطه  $B$

پ) شیب نمودار در نقطه  $C$

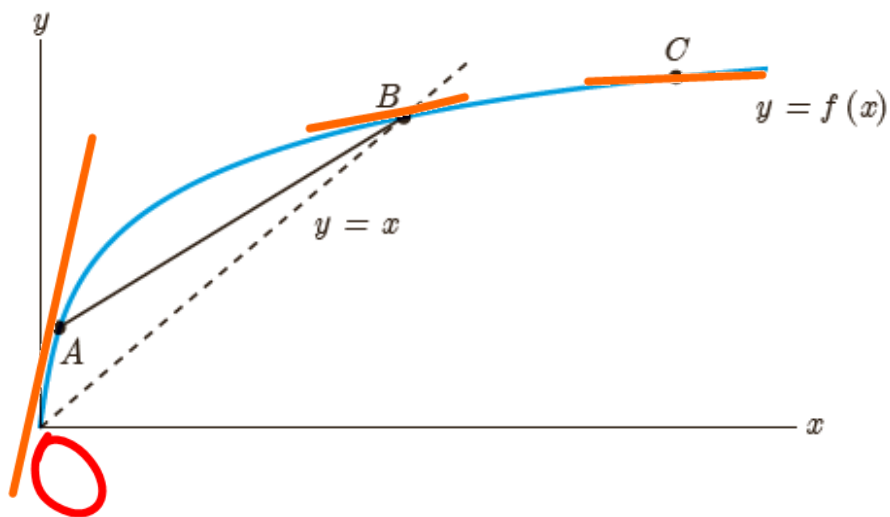
ت) شیب خط  $AB$

ث) شیب خط  $y=2$

ج) شیب خط  $y=x$

شیب‌های داده شده از «الف» تا «ج» را به ترتیب  $m_1, m_2, \dots, m_6$  و

در نظر بگیرید.



الکثره العریبه

۵ نقاطی مانند  $A, B, C, D, E, F, G$  را روی نمودار  $y = f(x)$  مشخص کنید به طوری که:

الف)  $A$  نقطه‌ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است. **نزری**

ب)  $B$  نقطه‌ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

**زیر گره و نزری**

پ)  $C$  نقطه‌ای روی نمودار است که مقدار تابع در آنجا صفر است ولی مقدار

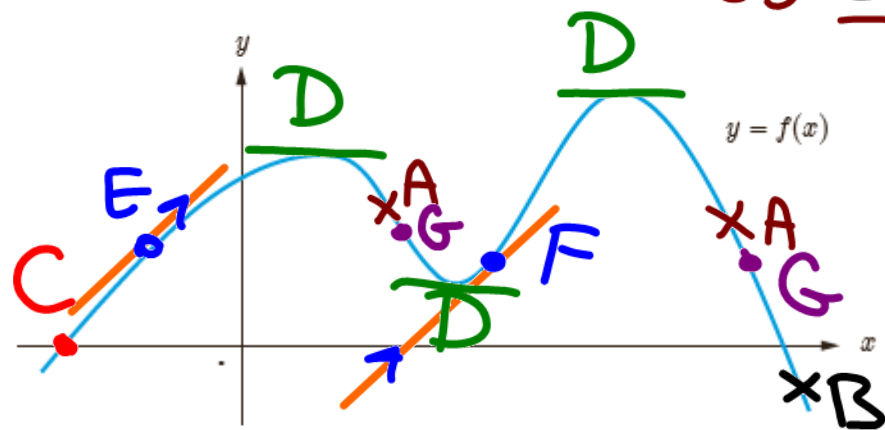
مشتق در آن مثبت است. **صعودی** **رعا گره**

ت)  $D$  نقطه‌ای روی منحنی است که مشتق در آنجا صفر است. **مک افقی**

ث) نقاط  $F$  و  $E$  نقاط متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند. **مک هموازی‌کند**

ج)  $G$  نقطه‌ای روی منحنی است که مقدار تابع در آنجا مثبت ولی مقدار مشتق منفی است.

**بالر گره** **نزری**



معادله:  $y - (-2) = 3(x - (-1)) \rightarrow y = 3x$

۶ اگر  $f(x) = x^2 - 2$ ،  $f'(-1)$  را به دست آورید.

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2 - (-3)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{\cancel{x + 1}}$$

$(x+1)(x^2 - x + 1)$

$$f'(-1) = 3$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

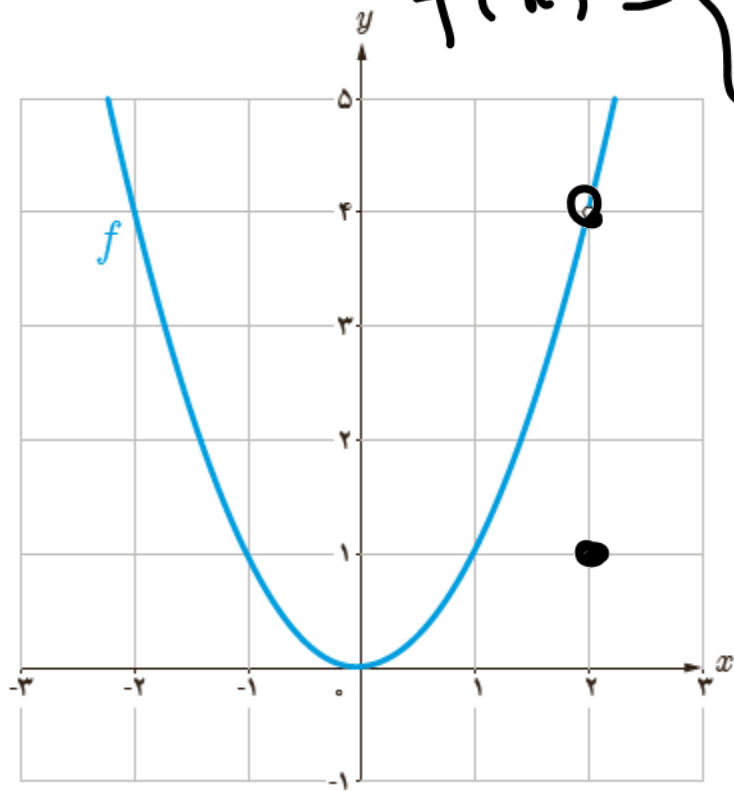


مجموعه سوالات و تمرینات





$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 2 \\ 1, & x = 2 \end{cases}$$



الف) چگونه به کمک نمودار تابع و تعریف مشتق به عنوان شیب خط مماس می‌توانید استدلال کنید که  $f'(2)$  وجود ندارد؟ **پاسخ مندرج**

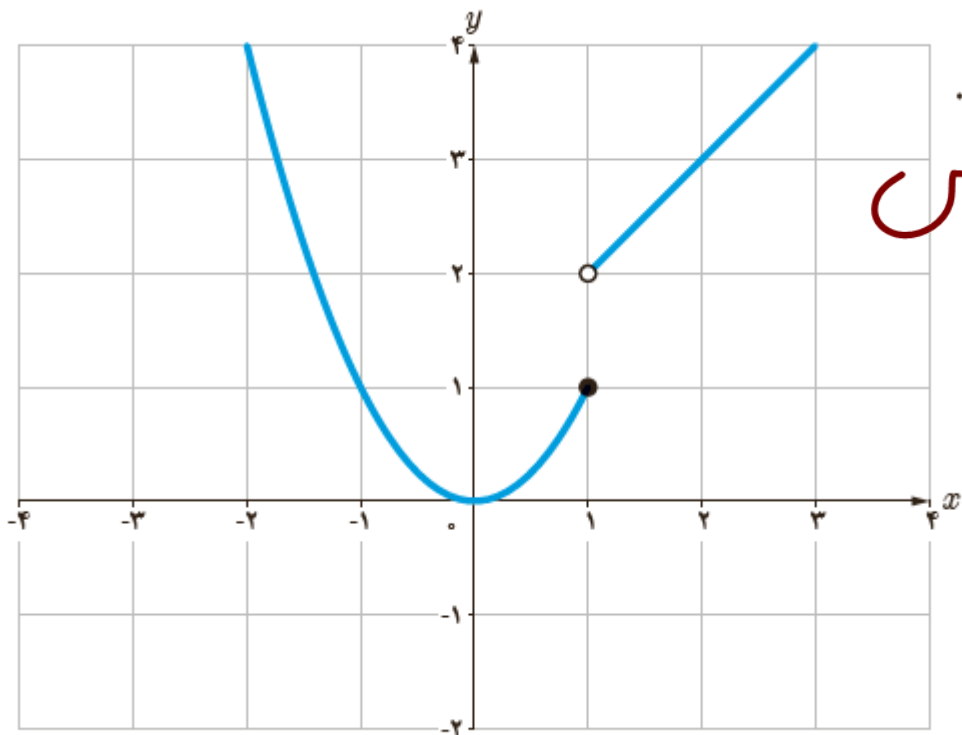
اگر برای بررسی مشتق‌پذیری این تابع در  $x = 2$  تعریف مشتق  $f$  در  $x = 2$  را به کار گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3}{0}$$



الف) چگونه به کمک نمودار تابع و تعریف مشتق به عنوان شیب خط مماس می‌توانید استدلال کنید که  $f'(2)$  وجود ندارد؟  
 پاسخ مندرج  
 اگر برای بررسی مشتق‌پذیری این تابع در  $x = 2$  تعریف مشتق  $f$  در  $x = 2$  را به کار گیریم:  
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3}{0}$

$$g'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$$



تابع  $g$  (شکل روبه‌رو) را به صورت  $g(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases}$  در نظر می‌گیریم.

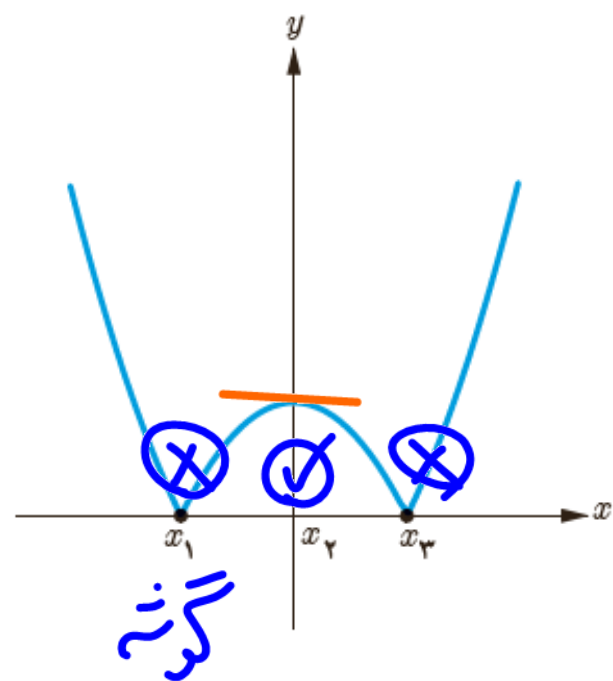
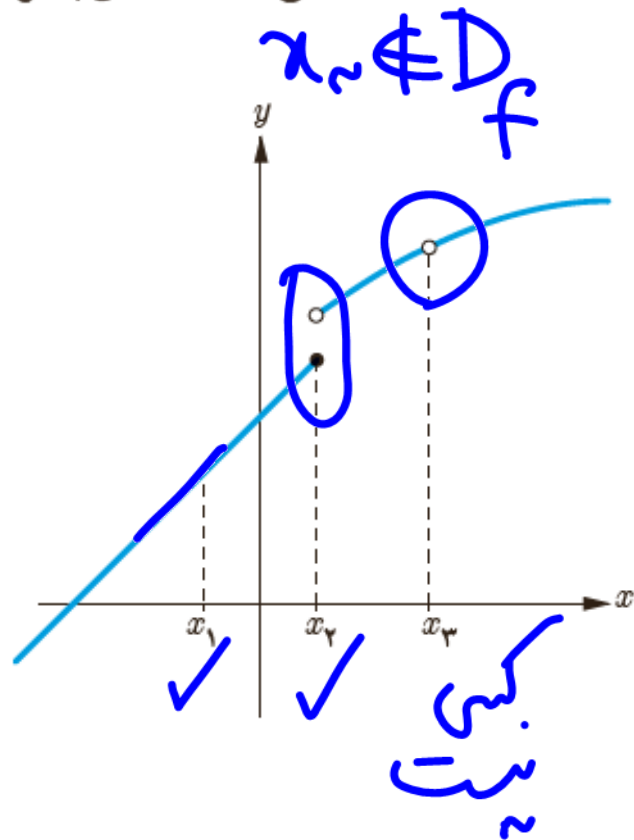
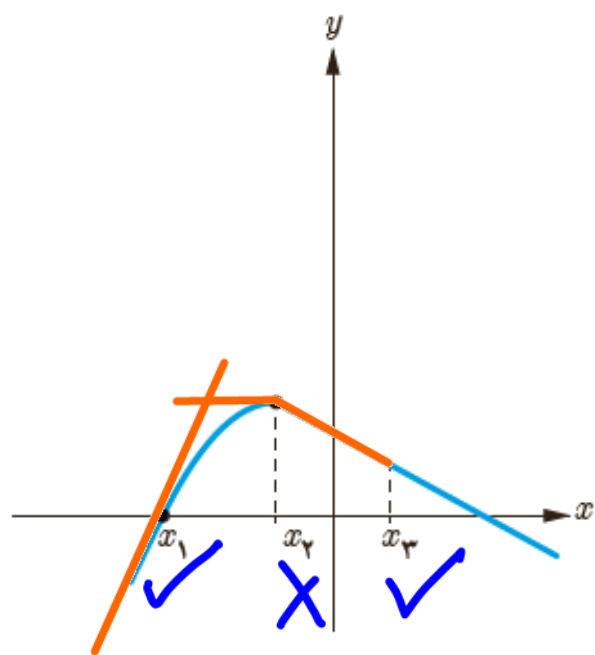
چرا  $g'(1)$  موجود نیست؟ چون  $g$  در  $x=1$  پیوسته نیست و مایل

ندارد.

$$\begin{cases} x \rightarrow 1^+ : \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1 - 1}{x-1} = \frac{1}{0^+} \\ x \rightarrow 1^- : \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} x+1 = 2 \end{cases}$$



در شکل های زیر مشخص کنید که هر تابع در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده مشتق پذیر نیست.



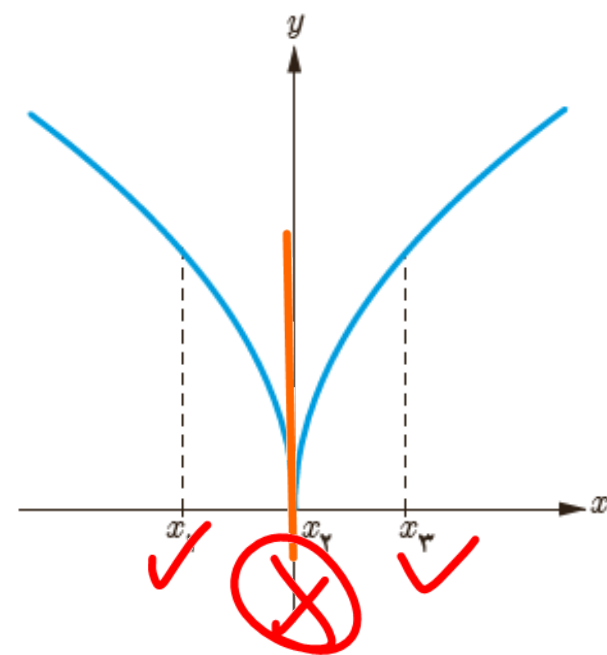
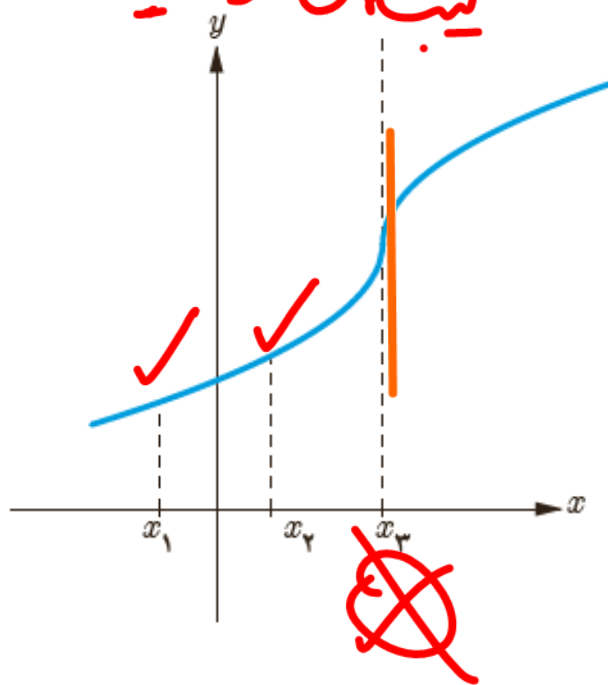
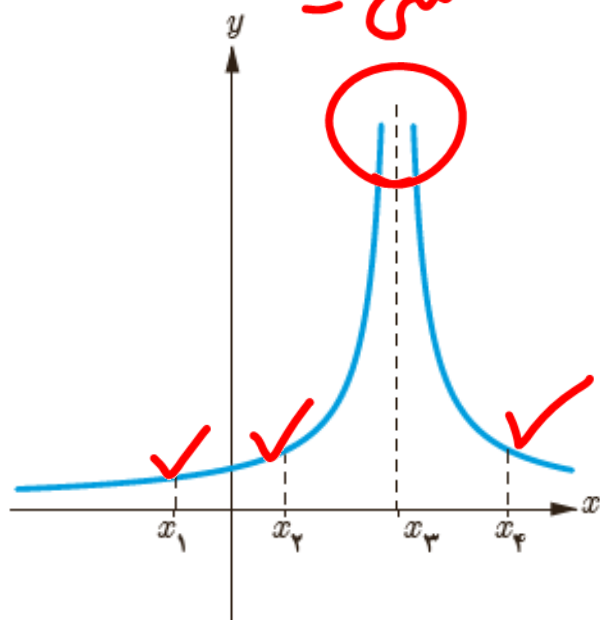
مجموعه سؤالات و پاسخ‌ها  
 در امتحان نهایی  
 ریاضی پایه دهم  
 فصل ۱۰

نابودی  
مستویان  
مستویان  
مستویان  
مستویان

در شکل های زیر مشخص کنید که هر تابع در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده مشتق پذیر نیست.

تیب مال تو لوف نمی شود

کسی نیست



الکتریک  
مغناطیس  
فیزیک  
ریاضیات  
شیمی  
زیست‌شناسی  
تاریخ  
ادبیات  
هنر  
علوم

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\delta x - \delta a}{x - a} = \delta$$

دامنه  $f(x) = \begin{cases} 5x & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$  را محاسبه کنید و ضابطه  $f'$  را به دست آورید. نمودار  $f$  و نمودار  $f'$  را رسم کنید.

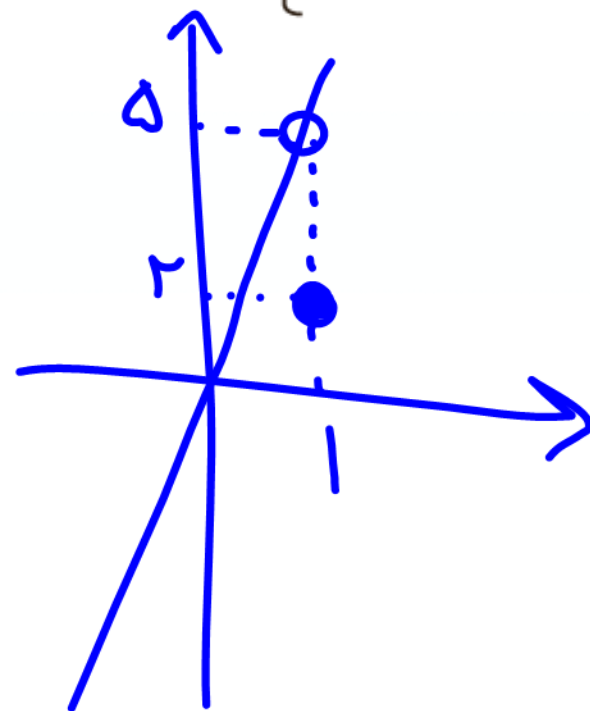
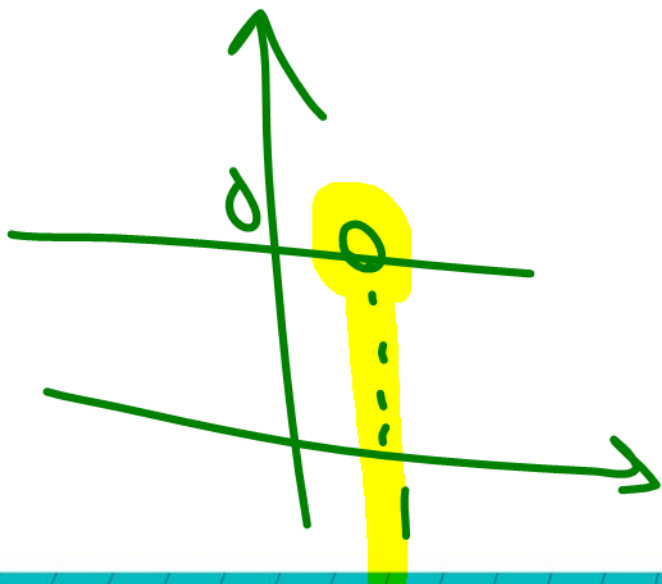
$$D_f = \mathbb{R}$$

کار در کلاس

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{1\}$$

در  $x=1$  ناپیوستگی دارد

$$f'(x) = \delta, x \neq 1$$



مجموعه  
موسسه  
تربیتی  
فان

تابع	$c$	$x$	$x^n$	$\sqrt{x}$	$f \pm g$	$fg$
مشتق	$\bullet$	$1$	$nx^{n-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$f' \pm g'$	$f'g + g'f$

۱ مشتق تابع های زیر را به دست آورید:

الف)  $f(x) = \frac{1}{x-4}$

حزبج مشق صوره

$$f'(x) = \frac{0 \cdot x(x-4) - (1-0) \cdot 1}{(x-4)^2}$$

$$= \frac{-1}{(x-4)^2}$$

ب)  $g(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(6x + 0) + (6x^2 + 0)\sqrt{x}$$

$$= \frac{6x^2 + 0}{2\sqrt{x}} + 6x\sqrt{x}$$

پ)  $h(x) = \frac{x}{2x^2 + x - 1}$

$$\frac{f}{g} \rightarrow \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

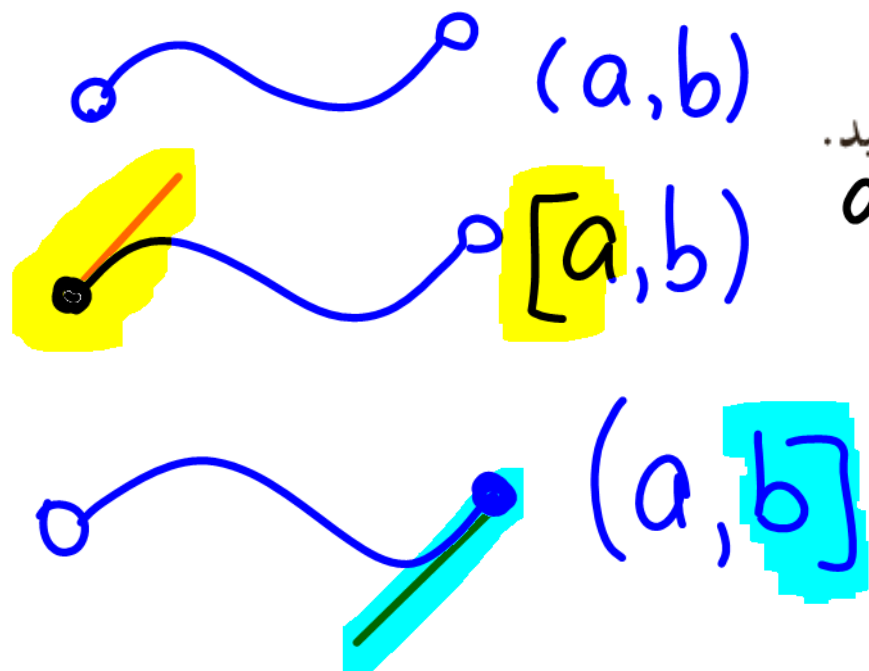
$$h'(x) = \frac{1(2x^2 + x - 1) - (2x + 1)x}{(2x^2 + x - 1)^2}$$



العربية







مشتق پذیری روی بازه‌های  $[a, b)$  و  $(a, b]$  را به طور مشابه تعریف کنید.  
 تابع  $f$  روی بازه  $[a, b)$  مشتق پذیر است هرگاه در  $(a, b)$  مشتق پذیر و در  $a$  تابع  $f$  روی بازه  $(a, b]$  مشتق پذیر است هرگاه ...  
 نیم‌مکان راست  
 راست  
 بازه

در  $(a, b)$  مشتق پذیر  
 و در  $b$  نیم‌مکان راست  
 راست  
 بازه



فصل ۲  
 حساب دیفرانسیل و انتگرال  
 فصل ۳  
 تابع  
 فصل ۴  
 مشتق  
 فصل ۵  
 مشتق  
 فصل ۶  
 مشتق  
 فصل ۷  
 مشتق  
 فصل ۸  
 مشتق  
 فصل ۹  
 مشتق  
 فصل ۱۰  
 مشتق  
 فصل ۱۱  
 مشتق  
 فصل ۱۲  
 مشتق  
 فصل ۱۳  
 مشتق  
 فصل ۱۴  
 مشتق  
 فصل ۱۵  
 مشتق  
 فصل ۱۶  
 مشتق  
 فصل ۱۷  
 مشتق  
 فصل ۱۸  
 مشتق  
 فصل ۱۹  
 مشتق  
 فصل ۲۰  
 مشتق  
 فصل ۲۱  
 مشتق  
 فصل ۲۲  
 مشتق  
 فصل ۲۳  
 مشتق  
 فصل ۲۴  
 مشتق  
 فصل ۲۵  
 مشتق  
 فصل ۲۶  
 مشتق  
 فصل ۲۷  
 مشتق  
 فصل ۲۸  
 مشتق  
 فصل ۲۹  
 مشتق  
 فصل ۳۰  
 مشتق  
 فصل ۳۱  
 مشتق  
 فصل ۳۲  
 مشتق  
 فصل ۳۳  
 مشتق  
 فصل ۳۴  
 مشتق  
 فصل ۳۵  
 مشتق  
 فصل ۳۶  
 مشتق  
 فصل ۳۷  
 مشتق  
 فصل ۳۸  
 مشتق  
 فصل ۳۹  
 مشتق  
 فصل ۴۰  
 مشتق  
 فصل ۴۱  
 مشتق  
 فصل ۴۲  
 مشتق  
 فصل ۴۳  
 مشتق  
 فصل ۴۴  
 مشتق  
 فصل ۴۵  
 مشتق  
 فصل ۴۶  
 مشتق  
 فصل ۴۷  
 مشتق  
 فصل ۴۸  
 مشتق  
 فصل ۴۹  
 مشتق  
 فصل ۵۰  
 مشتق

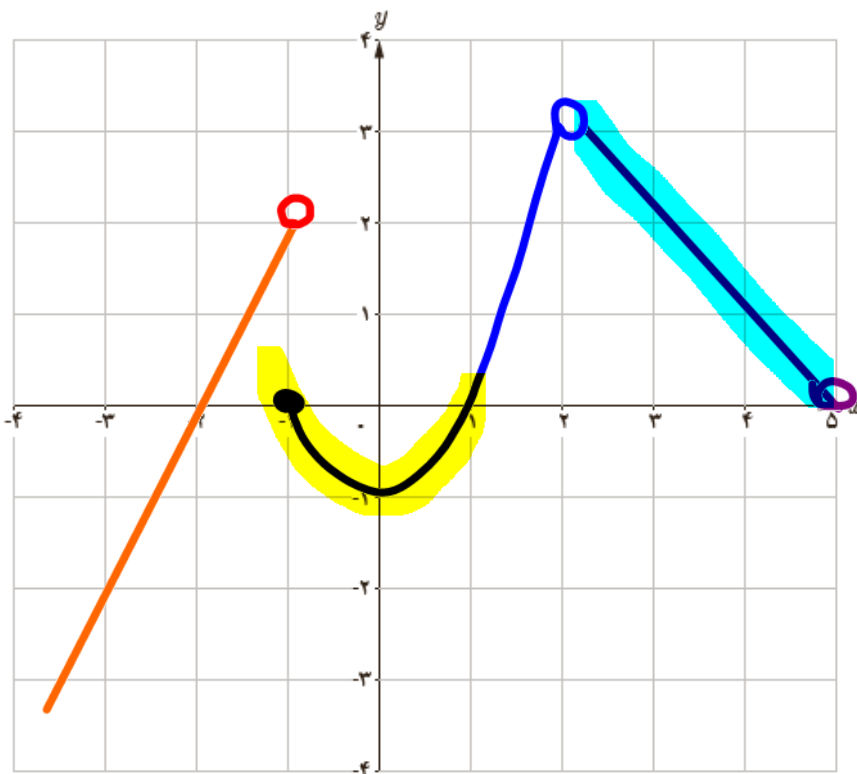
شکل بدون برداشتن قلم، بدون نوشتن یا خاک نمودن رسم نمودار



$f(x) =$  نمودار  $f$  را رسم کنید و مشتق پذیری  $f$  را روی بازه‌های  $[-1, 1]$ ،  $(2, 5)$  و  $[0, -2]$  بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & x < -1 \\ x^2 - 1 & -1 \leq x < 2 \\ -x + 5 & 2 < x < 5 \end{cases}$$

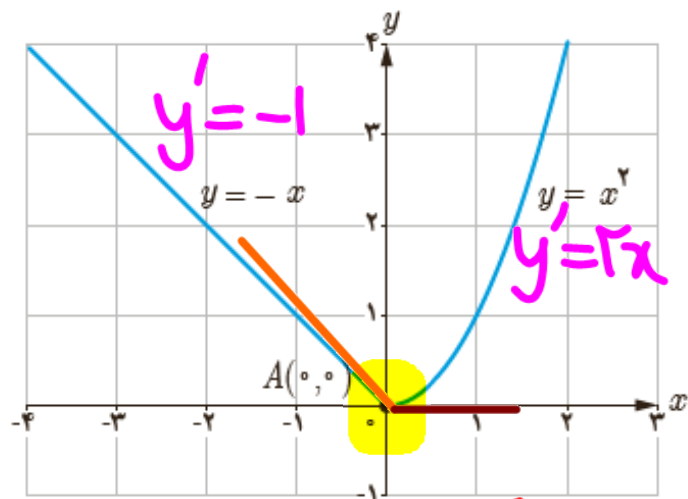
ر را - نایب و -



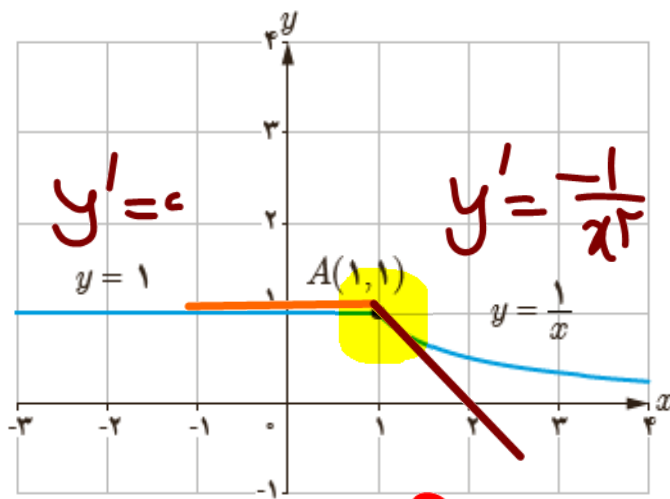
المنهج العربي



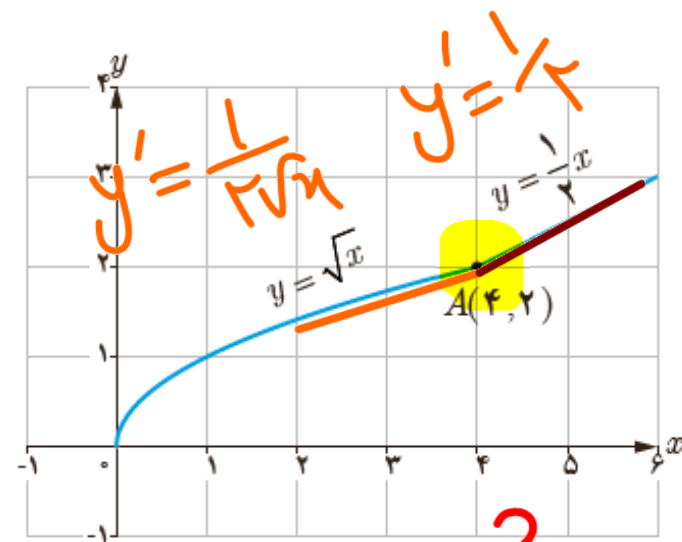
۲ با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ توابع داده شده در نقطه  $A$ ، نشان دهید که این توابع در نقطه  $A$  مشتق پذیر نیستند.



گرسه (الف)



گرسه (ب)



گرسه (ب)

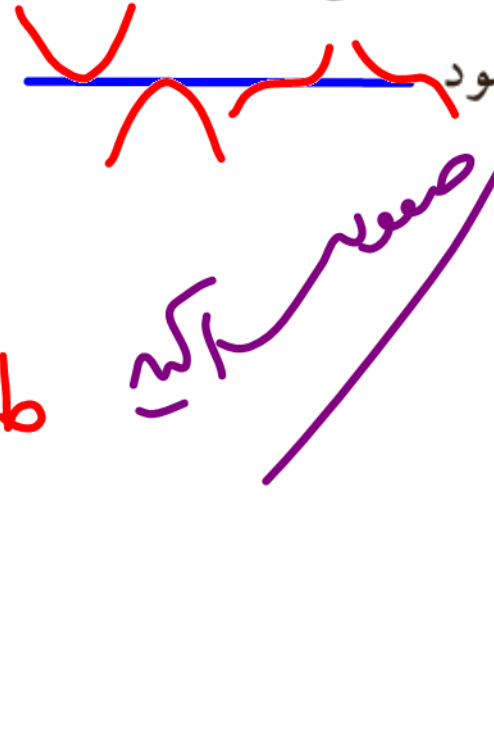


المنهج العربي

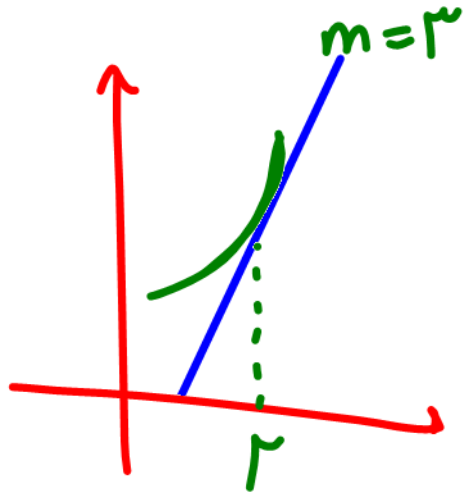
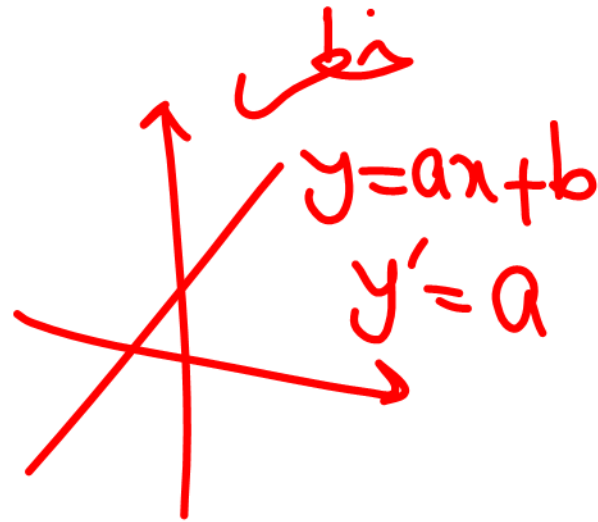


۴ نمودار تابعی را رسم کنید که مشتق آن

- (الف) در یک نقطه برابر صفر شود  
 (پ) در تمام نقاط مثبت باشد.  
 (ث) در تمام نقاط منفی باشد.



(ب) در  $x=2$  برابر ۳ شود.  
 (ت) در تمام نقاط یکسان باشد.



مجموعه سؤالات و پاسخ‌ها  
 در کانال تلگرامی ما  
 @math\_olympic





سه تابع مختلف مثال بزنید که مشتق آنها با هم برابر باشند.

و عرض از مبدأ هم نیست

$$y = ax + b$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x + 0$$

$$y = 2x - 1$$

$$y' = a$$

در عدد ثابتی اصلاً فرقی ندارند

+C ضابطه‌ها

مجموعه‌های مختلف از فرمول‌ها و نمادهای ریاضی در حاشیه راست صفحه.



۸ اگر  $f(x) = |x^2 - 4|$  به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری  $f$  را در نقاط به طول های ۲ و -۲ بررسی کنید.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

مشتق از راست  
مشتق از چپ  
مشتق پذیر است  
کوشه دلد

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \begin{cases} \oplus : \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4 \\ \ominus : \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -(x + 2) = -4 \end{cases}$$



$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$$

۹ مشتق تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  را به دست آورده و مشخص کنید در چه نقطه‌ای مماس قائم دارد؟  $f' \rightarrow \pm \infty$  و تابع  $x=0$  تابع  $f'$  است.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{a^2}}{x - a} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xa} + \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xa} + \sqrt[3]{a^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{(x-a)(\text{اجاق})} = \frac{2a}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{a}}$$









۱۲ اگر  $f'(1) = 3$  و  $g'(1) = 5$  مطلوب است،  $(f+g)'(1)$  و  $(3f+2g)'(1)$

$$3f'(1) + 2g'(1)$$

$$= 9 + 10$$

$$= 19$$

$$= f'(1) + g'(1)$$

$$= 3 + 5$$

$$= 8$$



الکیمیاء  
الرياضيات  
الفيزياء  
البيولوجيا  
العلوم  
الرياضيات  
الفيزياء  
البيولوجيا  
العلوم



۱۴ مشتق توابع داده شده را به دست آورید.

$$\begin{array}{c|cc} f & \sqrt{x} & \sqrt{u} \\ \hline f' & \frac{1}{2\sqrt{x}} & \frac{u'}{2\sqrt{u}} = \frac{\text{مشتق بیرونی}}{\text{حزب بیرونی}} \end{array}$$

الف)  $f(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^2$

$$f'(x) = (6x - 0)(2x - 5)^2 + \underbrace{2(2)(2x - 5)}_{\text{مشتق بیرونی}}(3x^2 - 4)$$

پ)  $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^3+1) + 3x^2\sqrt{3x+2}$$



الف)  $f(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^2$   
 ب)  $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$   
 ج)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(x^2+1)$   
 د)  $f(x) = \sqrt{x}(x^2+1)$   
 هـ)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(x^2+1)$   
 و)  $f(x) = \sqrt{x}(x^2+1)$   
 ز)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(x^2+1)$   
 ح)  $f(x) = \sqrt{x}(x^2+1)$   
 ط)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(x^2+1)$   
 ی)  $f(x) = \sqrt{x}(x^2+1)$

۱۴ مشتق توابع داده شده را به دست آورید.

ب)  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}$

ت)  $f(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$

$$f' = \frac{(2x - 3)(-3x + 2) - (x^2 - 3x + 1)(-3)}{(-3x + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$$



الکیمیاء  
الرياضيات  
الفيزياء  
البيولوجيا  
العلوم  
الرياضيات  
الفيزياء  
البيولوجيا  
العلوم



$$\begin{array}{r} ۴۶ \\ | ۹۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۶ \\ | ۸۰ \end{array}$$

پ) اگر قد علی در ۱۶ ماهگی، ۸۰ سانتی متر و در ۳۶ ماهگی، ۹۵ سانتی متر باشد، آهنگ متوسط تغییر رشد او را در این فاصله حساب کنید و با نمودار بالا مقایسه کنید.

$$\begin{aligned} \overline{v} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \end{aligned}$$

$$\overline{v} = \frac{95 - 80}{36 - 16}$$

$$= \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ cm/month}$$



المنهجية  
الرياضية

۱ جدول زیر درجه حرارت  $T$  (سانتی گراد) را در شهری از ساعت ۸ تا ۱۸ در یک روز نشان می دهد.

ساعت $h$	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
درجه حرارت $T$	۱۱	۱۳	۱۴	۱۷	۱۹	۱۸	۱۷	۱۵	۱۳	۱۰	۹

$$\frac{19-11}{12-8} = \frac{8}{4} = 2^{\circ}\text{C}/\text{h}$$

آهنگ تغییر متوسط درجه حرارت نسبت به زمان را :

الف) از ساعت ۸ تا ساعت ۱۲ به دست آورید.

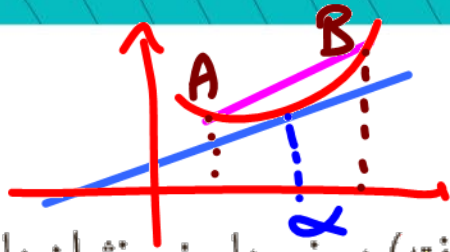
ب) از ساعت ۱۲ تا ساعت ۱۸ به دست آورید.

پ) پاسخها را تفسیر کنید.

$$\frac{9-19}{18-12} = \frac{-10}{6} = -1.66^{\circ}\text{C}/\text{h}$$



تجربیات



سرعت متوسط  $m_{AB} = \bar{v}$   
 سرعت لحظه‌ای  $m$

۲ کسری از جمعیت یک شهر که به وسیله یک ویروس آلوده شده‌اند برحسب زمان (هفته) در نمودار زیر نشان داده شده است.

الف) شیب‌های خطوط  $l$  و  $d$  چه چیزهایی را نشان می‌دهند.

ب) گسترش آلودگی در کدام یک از زمان‌های  $t=1$ ،  $t=2$  یا  $t=3$

$3 > 2 > 1$

بیشتر است؟

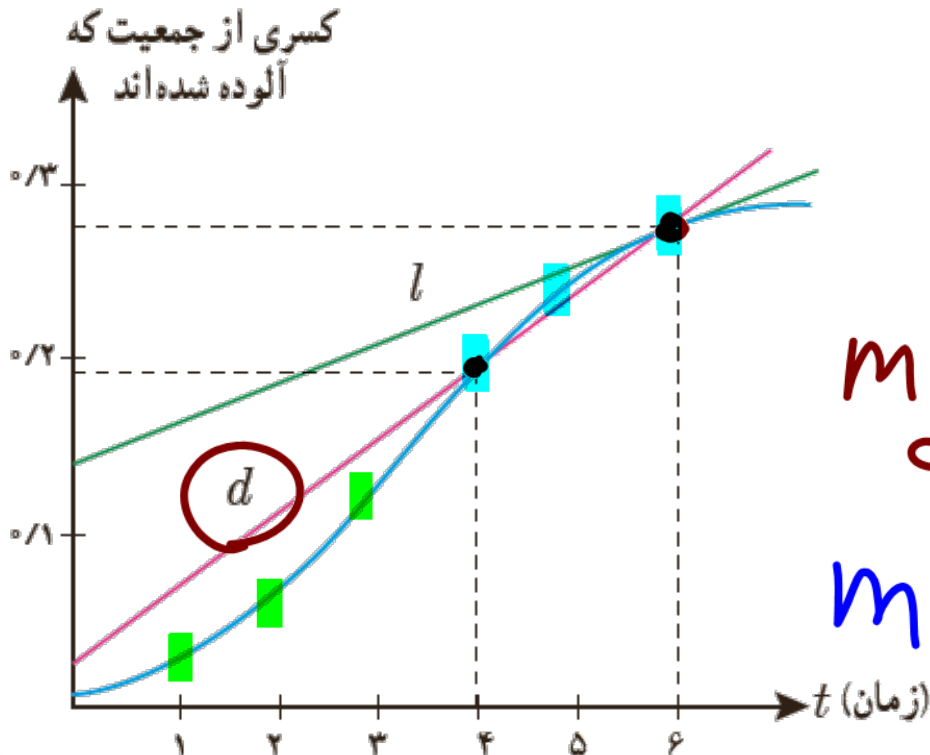
پ) قسمت ب را برای  $t=4$ ،  $t=5$  و  $t=6$  بررسی کنید.

$m_6 < m_5 < m_4$

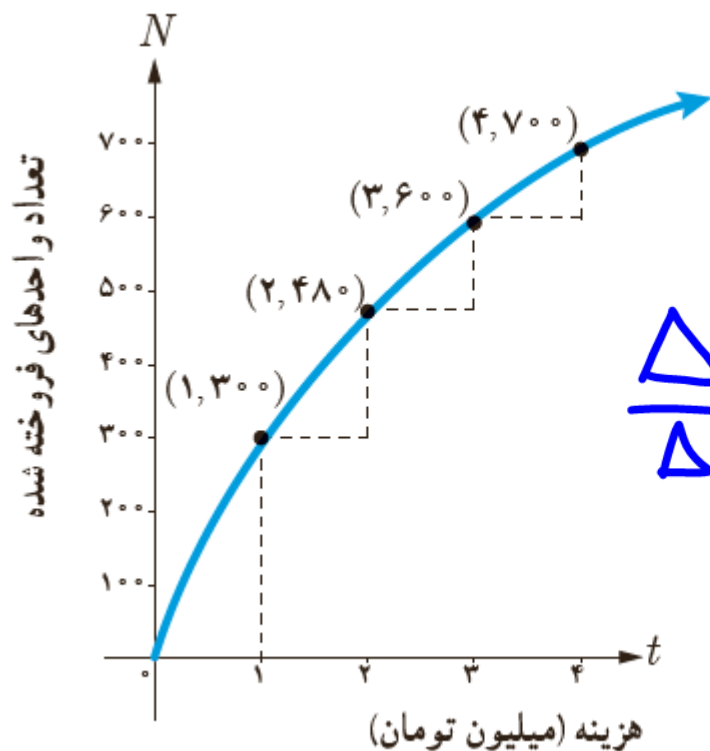
$m_d =$  *سرعت متوسط*

از  $t=1$  تا  $t=6$

$m_l =$  *سرعت لحظه‌ای*  
 در  $t=4$



۱۰۰٪  
 ۲۰۰٪  
 ۳۰۰٪  
 ۴۰۰٪  
 ۵۰۰٪  
 ۶۰۰٪  
 ۷۰۰٪  
 ۸۰۰٪  
 ۹۰۰٪  
 ۱۰۰۰٪  
 ۱۱۰۰٪  
 ۱۲۰۰٪  
 ۱۳۰۰٪  
 ۱۴۰۰٪  
 ۱۵۰۰٪  
 ۱۶۰۰٪  
 ۱۷۰۰٪  
 ۱۸۰۰٪  
 ۱۹۰۰٪  
 ۲۰۰۰٪  
 ۲۱۰۰٪  
 ۲۲۰۰٪  
 ۲۳۰۰٪  
 ۲۴۰۰٪  
 ۲۵۰۰٪  
 ۲۶۰۰٪  
 ۲۷۰۰٪  
 ۲۸۰۰٪  
 ۲۹۰۰٪  
 ۳۰۰۰٪  
 ۳۱۰۰٪  
 ۳۲۰۰٪  
 ۳۳۰۰٪  
 ۳۴۰۰٪  
 ۳۵۰۰٪  
 ۳۶۰۰٪  
 ۳۷۰۰٪  
 ۳۸۰۰٪  
 ۳۹۰۰٪  
 ۴۰۰۰٪  
 ۴۱۰۰٪  
 ۴۲۰۰٪  
 ۴۳۰۰٪  
 ۴۴۰۰٪  
 ۴۵۰۰٪  
 ۴۶۰۰٪  
 ۴۷۰۰٪  
 ۴۸۰۰٪  
 ۴۹۰۰٪  
 ۵۰۰۰٪  
 ۵۱۰۰٪  
 ۵۲۰۰٪  
 ۵۳۰۰٪  
 ۵۴۰۰٪  
 ۵۵۰۰٪  
 ۵۶۰۰٪  
 ۵۷۰۰٪  
 ۵۸۰۰٪  
 ۵۹۰۰٪  
 ۶۰۰۰٪  
 ۶۱۰۰٪  
 ۶۲۰۰٪  
 ۶۳۰۰٪  
 ۶۴۰۰٪  
 ۶۵۰۰٪  
 ۶۶۰۰٪  
 ۶۷۰۰٪  
 ۶۸۰۰٪  
 ۶۹۰۰٪  
 ۷۰۰۰٪  
 ۷۱۰۰٪  
 ۷۲۰۰٪  
 ۷۳۰۰٪  
 ۷۴۰۰٪  
 ۷۵۰۰٪  
 ۷۶۰۰٪  
 ۷۷۰۰٪  
 ۷۸۰۰٪  
 ۷۹۰۰٪  
 ۸۰۰۰٪  
 ۸۱۰۰٪  
 ۸۲۰۰٪  
 ۸۳۰۰٪  
 ۸۴۰۰٪  
 ۸۵۰۰٪  
 ۸۶۰۰٪  
 ۸۷۰۰٪  
 ۸۸۰۰٪  
 ۸۹۰۰٪  
 ۹۰۰۰٪  
 ۹۱۰۰٪  
 ۹۲۰۰٪  
 ۹۳۰۰٪  
 ۹۴۰۰٪  
 ۹۵۰۰٪  
 ۹۶۰۰٪  
 ۹۷۰۰٪  
 ۹۸۰۰٪  
 ۹۹۰۰٪  
 ۱۰۰۰۰٪



۳ نمودار روبه‌رو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا ( $N$ ) پس از صرف  $t$  میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است.

الف) آهنگ تغییر  $N$  بر حسب  $t$  را وقتی  $t$  از ۰ تا ۱، ۱ تا ۲، ۲ تا ۳ و ۳ تا ۴ تغییر می‌کند به دست آورید.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{100}{1} \quad \frac{120}{1} \quad \frac{180}{1} \quad \frac{100}{1}$$

ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی که مقادیر  $t$  افزایش می‌یابند، در حال کاهش است؟

آهنگ‌ها کم می‌شود  
 مه نورانه



$$25 - 5 + 10$$

در تابع  $f(t) = t^2 - t + 10$  آهنگ متوسط در هر بازه با  
آهنگ لحظه‌ای وسط بازه برابر است

۴ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 10$  بر حسب متر در بازه زمانی  $[0, 5]$   $t$  بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام

لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی  $[0, 5]$  با هم برابرند؟

$$\frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{20 - 10}{5} = \frac{\Delta f}{\Delta t} = 2 = f'(t)$$

$$2 = 2t - 1$$

$$2 = t$$



الکتریک  
مکانیک  
فیزیک  
ریاضیات  
شیمی  
زیست‌شناسی  
تاریخ  
ادبیات  
هنر  
علوم





۷ یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$  گرم است.  
 الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی  $3 \leq t \leq 4$  چند گرم افزایش می‌یابد؟  
 ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه  $t=3$  چقدر است؟

$$\begin{aligned} & m(4) - m(3) \\ &= 2 + 128 - (\sqrt{3} + 54) \\ &= 76 - \sqrt{3} \approx 74,3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m'(t) &= \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \\ t=3 &\rightarrow m'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 54 \end{aligned}$$



مجموعه سؤالات  
 ریاضیات  
 عربی  
 الف

۸ گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از  $t$  ثانیه از رابطه  $V = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$  به دست آید:

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی  $[0, 1]$  چقدر است؟

ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 100]$  می شود؟

$$\frac{V(1) - V(0)}{1 - 0}$$

$$= \sum_{t=0}^1 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2 - \sum_{t=0}^0 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$$

$$= \sum_{t=0}^1 \left(\frac{99^2}{100^2} - 1\right)$$

در وسط بازه  
 $t = 50$





نهال  
بنیاد  
جمع



پیشرفت، یعنی موفقیت